

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

И.В. КОРОГОДИН

МОДЕЛЬ ОБНАРУЖИТЕЛЯ СИГНАЛА

Лабораторная работа №3

Методическое пособие по курсу
«Математическое моделирование радиотехнических устройств и систем»

для студентов, обучающихся по направлению «Радиотехника»

УДК 621.396

К 001

Утверждено учебным управлением МЭИ

Подготовлено на кафедре радиотехнических систем

Рецензент: проф., д.т.н. А.И. Перов

Корогодин И.В.

К001 Модель обнаружителя сигнала. Лабораторная работа №3: методическое пособие / И.В. Корогодин – М.: Издательство МЭИ, 2014. – 28 с.

В лабораторной работе изучается метод статистических эквивалентов в приложении моделирования радиотехнических устройств. Даны выражения для статистического эквивалента коррелятора. В рамках работы он используется при моделировании обнаружителя сигнала с неизвестной начальной фазой, частотой и задержкой.

Пособие содержит основные теоретические сведения, описание последовательности выполнения работы, пример оформления отчета, контрольные вопросы. Оно может быть использовано студентами при выполнении исследовательских и выпускных работ.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению «Радиотехника».

© Национальный исследовательский
университет «МЭИ», 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 Цели работы	4
2 Краткие теоретические сведения.....	4
2.1 Метод статистических эквивалентов	4
2.2 Статистический эквивалент коррелятора.....	5
2.3 Обнаружитель сигнала	9
3 Задание	11
4 Контрольные вопросы	13
Приложение 1. Пример оформления отчета.....	17

1 Цели работы

Учебные цели выполнения лабораторной работы:

- применить метод статистических эквивалентов при моделировании радиотехнического устройства;
- развить навыки обработки данных статистических экспериментов;
- освоить использование inline-функций в MATLAB.

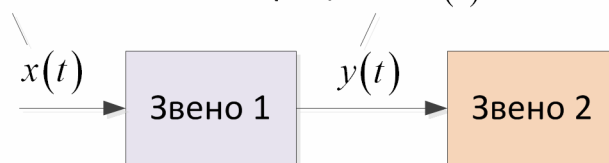
2 Краткие теоретические сведения

2.1 Метод статистических эквивалентов

Радиоприемные устройства вынуждены работать в условиях действия случайных процессов: шумов, помех, сообщений. Случайный характер этих воздействий имеет принципиальное значение для функционирования аппаратуры, поэтому в большинстве случаев должен быть учтен при моделировании.

Метод несущей:

Случайный процесс с заданными свойствами Результат преобразования процесса $x(t)$ звеном



Метод статистических эквивалентов:

Случайный процесс с эквивалентными свойствами $y(t)$

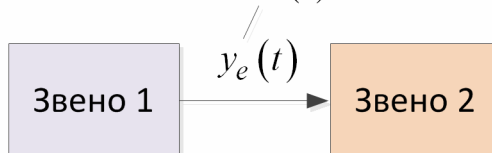


Рисунок 1 – Моделирование звена ('Звено 1') по методу несущей и методу статистических эквивалентов

Моделирование радиотехнических звеньев по методу несущей предполагает формирование входных воздействий в виде реализаций случайных процессов $x(t)$ и поиск отклика звена $y(t)$ (см. рисунок 3.1). В общем случае выходной сигнал $y(t)$ является случайным процессом, он действует на последующие блоки и определяет их функционирование.

При использовании метода статистических эквивалентов аналитически находятся характеристики процесса $y(t)$, а при моделировании сразу формируется эквивалентный случайный процесс $y_e(t)$ с рассчитанными свойствами. В ряде случаев это позволяет существенно сократить время моделирования.

2.2 Статистический эквивалент коррелятора

Современные алгоритмы приема сигналов базируются на корреляционной обработке. Коррелятор осуществляет операцию скалярного произведения принятой реализации $y(t_i)$ и опорного сигнала $\tilde{S}(t_i)$ на

$$r = \sum_{i=1}^L y(t_i) \tilde{S}(t_i), \quad (1)$$

где

$$y(t_i) = y_i = S_i + n_i, \quad (2)$$

$$S_i = A \cdot h(t_i - \tau) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega t + \varphi) \quad (3)$$

– полезный сигнал, n_i – аддитивный дискретный белый гауссовский шум с дисперсией σ_y^2 и нулевым математическим ожиданием, A – амплитуда сигнала, $h(t_i - \tau)$, τ – огибающая сигнала и её задержка, ω_0 , ω , φ – промежуточная частота, доплеровская частота и фаза несущей. Если интервал дискретизации T_d , то при суммировании L отсчетов интервал

накопления составит $T = T_d L$. При корреляционной обработке интервал накопления выбирают значительно превосходящим период несущей частоты.

Особый интерес представляют результаты вычисления (1) при использовании в качестве опорных сигналов (см. рисунок 2)

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{c,i} &= h(t_i - \tilde{\tau}) \cdot \cos(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\varphi}), \\ \tilde{S}_{s,i} &= h(t_i - \tilde{\tau}) \cdot \sin(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\varphi}),\end{aligned}\tag{4}$$

они носят название *синфазной* и *квадратурной* корреляционной суммы:

$$\begin{aligned}I &= \sum_{i=1}^L y_i \tilde{S}_{c,i} = \sum_{i=1}^L y_i h(t_i - \tilde{\tau}) \cos(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\varphi}), \\ Q &= \sum_{i=1}^L y_i \tilde{S}_{s,i} = \sum_{i=1}^L y_i h(t_i - \tilde{\tau}) \sin(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\varphi}).\end{aligned}\tag{5}$$

Алгоритмы поиска сигнала, слежения, выделения сообщения используют корреляционные суммы в той или иной форме.

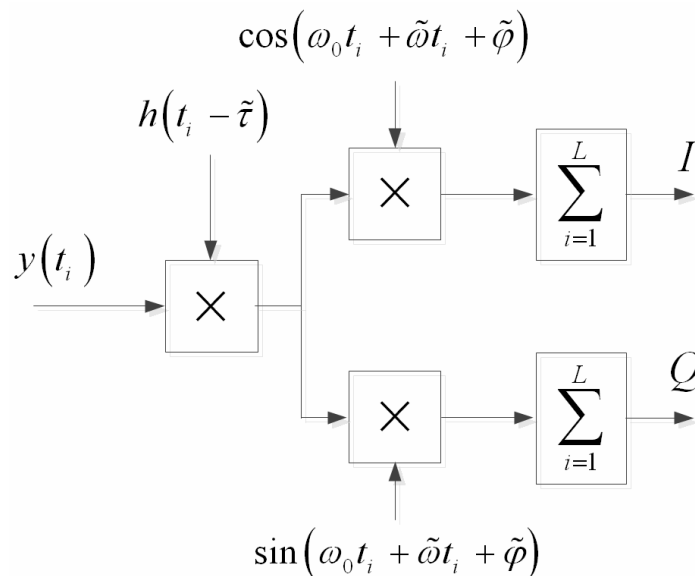


Рисунок 2 – Структурная схема расчета корреляционных сумм

Представим синфазную корреляционную сумму в виде двух слагаемых – детерминированного \bar{I} и случайного n_I :

$$I = \bar{I} + n_I, \quad \bar{I} = \sum_{i=1}^L S_i h(t_i - \tilde{\tau}) \cos(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\phi}),$$

$$n_I = \sum_{i=1}^L n_i h(t_i - \tilde{\tau}) \cos(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\phi}).$$
(6)

Ограничимся рассмотрением сигналов с постоянной огибающей. Для таких сигналов функция $h(t)$ может принимать только два значения – плюс или минус единица. Величина n_I образуется суммированием L независимых нормальных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_y^2 \cos(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\phi})^2$. Её дисперсия

$$\sigma_{IQ}^2 = \sum_{i=1}^L \sigma_y^2 \cos(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\phi})^2 = \frac{\sigma_y^2 L}{2}.$$
(7)

Таким образом, n_I - нормальная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_{IQ}^2 (см. рисунок 3).

$$n_I \sim N(0, \sigma_{IQ}^2).$$
(8)

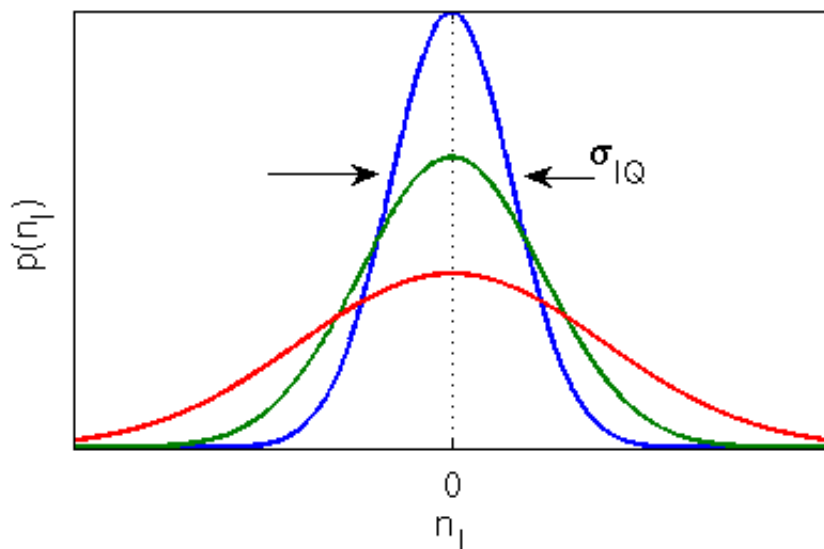


Рисунок 3 – Плотность вероятности для случайной составляющей корреляционной суммы

Детерминированная составляющая оказывается функцией разностей параметров опорного и полезного сигналов.

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \sum_{i=1}^L Ah(t_i - \tau) \cos(\omega_0 t + \omega t + \varphi) h(t_i - \tilde{\tau}) \cos(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\varphi}) \approx \\ &\approx A \sum_{i=1}^L h(t_i - \tau) h(t_i - \tilde{\tau}) \sum_{i=1}^L \cos(\omega_0 t + \omega t + \varphi) \cos(\omega_0 t_i + \tilde{\omega} t_i + \tilde{\varphi}) \approx \quad (9) \\ &\approx \frac{AL}{2} \rho(\delta\tau) \operatorname{sinc}\left(\frac{\delta\omega T}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta\omega T}{2} + \delta\varphi\right), \end{aligned}$$

где $\delta\tau = \tau - \tilde{\tau}$, $\delta\omega = \omega - \tilde{\omega}$, $\delta\varphi = \varphi - \tilde{\varphi}$, $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$,

$$\rho(\delta\tau) = \rho(\tau - \tilde{\tau}) = \sum_{i=1}^L h(t_i - \tau) h(t_i - \tilde{\tau}). \quad (10)$$

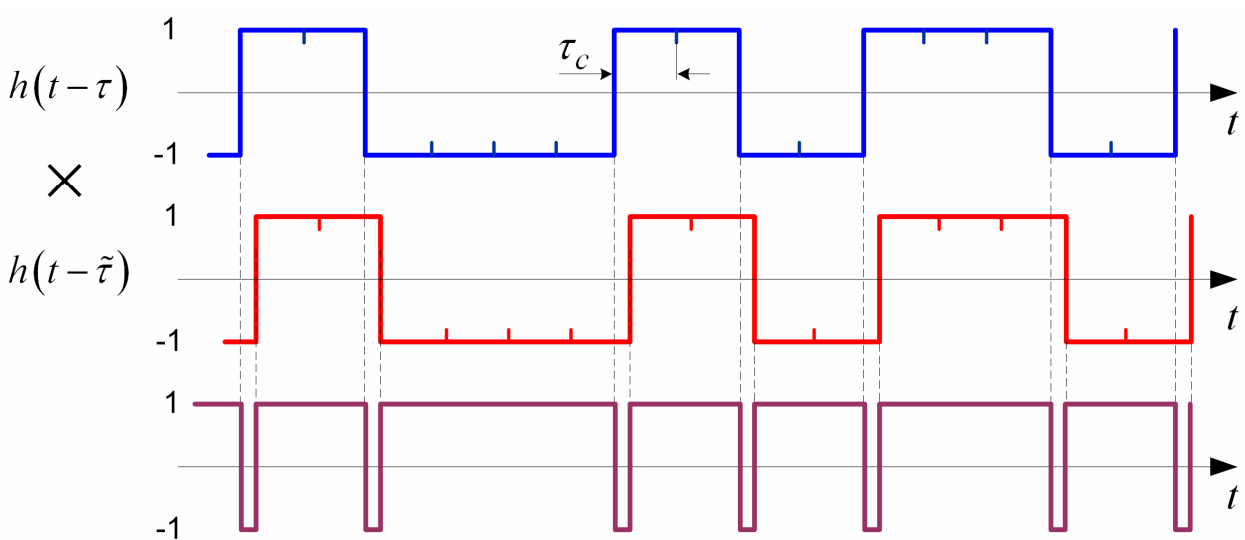


Рисунок 4 – Результат умножения огибающих опорного и полезного сигналов

В системах связи, радионавигации, локации и т.д. в качестве $h(t)$ часто используется псевдослучайная последовательность (см. рисунок 4). В этом случае функция $\rho(\delta\tau)$ принимает вид, изображенный на рисунке 5, где τ_c – длительность одного символа последовательности.

Аналогичные выкладки можно повторить для квадратурной суммы

$$Q = \bar{Q} + n_Q, n_Q \sim N(0, \sigma_{n_Q}^2),$$

$$\bar{Q} \approx -\frac{AL}{2} \rho(\delta\tau) \operatorname{sinc}\left(\frac{\delta\omega T}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta\omega T}{2} + \delta\varphi\right). \quad (11)$$

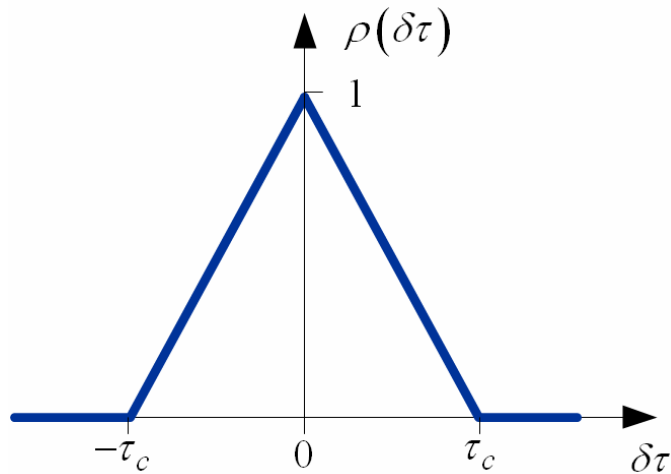


Рисунок 5 – Функция $\rho(\delta\tau)$

Взаимная дисперсия между n_I и n_Q пренебрежимо мала, в первом приближении эти случайные величины можно считать независимыми.

Выражения (8), (9) и (11) задают статистический эквивалент коррелятора.

2.3 Обнаружитель сигнала

Под обнаружением сигнала понимают анализ принятой реализации $y(t_i)$ на интервале времени $[0, T]$ с целью принятия решения о наличии или отсутствии в ней полезной составляющей $S(t_i)$:

$$y(t_i) = \theta \cdot S(t_i) + n(t_i) = \begin{cases} S(t_i) + n(t_i), & \text{если сигнал присутствует,} \\ n(t_i), & \text{если сигнал отсутствует.} \end{cases} \quad (12)$$

При известной частоте и задержке сигнала и неизвестной начальной фазе используют обнаружитель, схема которого приведена на рисунке 6. В нем вычисляются синфазная и квадратурная корреляционные суммы, после чего сумма их квадратов $X^2 = I^2 + Q^2$ сравнивается с порогом R . Если порог

превышен, то принимается решение $\hat{\theta}=1$ о наличии сигнала, иначе – решение $\hat{\theta}=0$ об отсутствии сигнала.

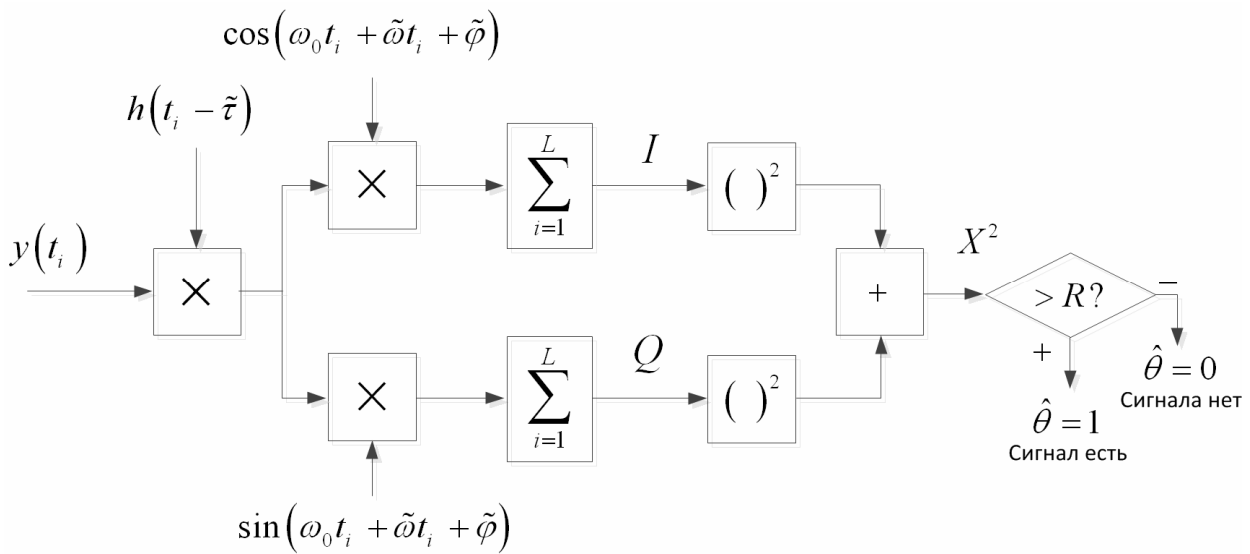


Рисунок 6 – Канал обнаружителя

Во многих приложениях частота и задержка точно неизвестны, но их возможные значения ограничены интервалами $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ и $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ соответственно. В этом случае всё поле возможных значений разбивается на ячейки с шагом $\Delta\omega$ и $\Delta\tau$ по частоте и задержке соответственно, а в каждой ячейке реализуется всё тот же канал обнаружителя (см. рисунок 7).

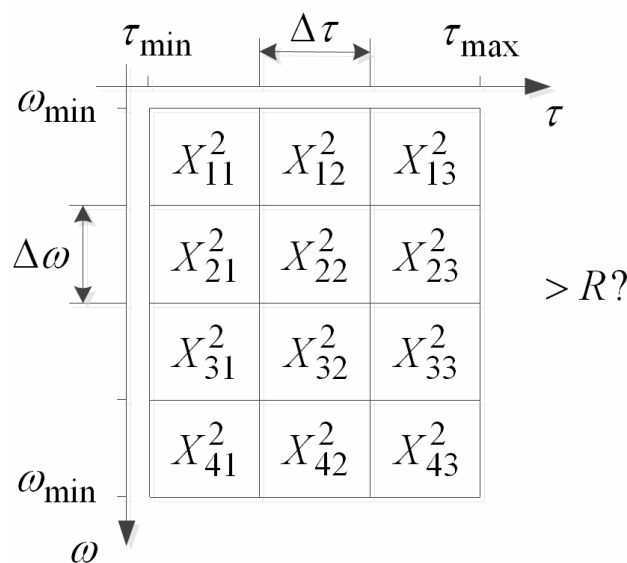


Рисунок 7 – Разбиение поля возможных значений частоты и задержки на ячейки

После расчета суммы квадратов корреляционных сумм в каждой ячейке ищется их максимум X_{\max}^2 , который уже сравнивается с порогом.

В рамках выполнения лабораторной работы предлагается пренебречь корреляционной связью между шумами n_I , n_Q для различных ячеек, считать эти случайные величины независимыми.

Есть несколько подходов к выбору порога сравнения R . Один из возможных вариантов – воспользоваться критерием Неймана-Пирсона. В этом случае порог выбирается исходя из заданной вероятности ложной тревоги P_f (вероятности превышения порога в отсутствии сигнала).

Фиксированной вероятности ложной тревоги соответствует своя *характеристика обнаружения* – кривая зависимости вероятности правильного обнаружения P_d (принятия решения о наличии сигнала в его присутствии) от отношения сигнал/шум. В рамках лабораторной работы под отношением сигнал/шум будем понимать отношение мощности полезного сигнала к спектральной плотности мощности шума

$$q_{c/n0} = \frac{P}{N_0} = \frac{A^2}{4\sigma_y^2 T_d}. \quad (13)$$

3 Задание

В рамках лабораторной работы требуется:

1. Определить порог сравнения для заданной вероятности ложной тревоги.
2. Построить характеристику обнаружения для диапазона отношений сигнал/шум 25..45 дБГц.
3. Построить гистограммы X_{\max}^2 в отсутствии и присутствии полезного сигнала для 10 000 экспериментов для отношения сигнал/шум, при котором достигается вероятность правильного обнаружения 0.9.

При подготовке к лабораторной работе студент выполняет первые этапы процедуры компьютерного моделирования и оформляет соответствующие разделы отчета. При выполнении домашней подготовки требуется разработать и занести в отчет (см. разделы 1-4 примера оформления отчета о лабораторной работе в Приложении 1):

- формулировку задачи;
- математическую модель объекта исследования;
- тестовые воздействия и условия, с помощью которых предлагается проверять адекватность компьютерной модели и/или её компонентов;
- алгоритм компьютерной модели, написанный на псевдокоде или в нотации MATLAB/Octave/Си.

Варианты параметров задачи задаются таблицей 1. Начало поля обнаружения – $f_{\min} = 0$ Гц по частоте и $\tau_{\min} = 0$ с по задержке. Шаг по частоте $\Delta f = \frac{2}{3T}$, шаг по задержке $\Delta \tau = \frac{\tau_c}{2}$.

В лаборатории:

1. На основании подготовленного алгоритма составьте программу компьютерной модели.

2. Проверьте программу и/или её компоненты, сформировав тестовые воздействия и условия, предложенные в ходе домашней подготовки. При выявлении расхождения результатов моделирования и ожидаемых результатов проведите отладку программы.

3. Последовательно выполните моделирование по плану:

- определите порог сравнения для заданной вероятности ложной тревоги;
- постройте характеристику обнаружения для диапазона отношений сигнал/шум 25..45 дБГц;

- постройте гистограммы X_{\max}^2 .

4. Оцените адекватность полученных результатов, их соответствие общетеоретическим соображениям.

5. Составьте отчет о проведенном моделировании. В состав отчета должны входить:

- постановка задачи;

- используемая математическая модель и обоснование её выбора;

- обоснование и значения ожидаемых результатов тестовых воздействий и условий, их сопоставление с соответствующими результатами проверки компьютерной модели;

- листинг используемых в процессе исследования программ;

- полученные результаты и их интерпретация, вывод о достижении или не достижении цели исследования.

4 Контрольные вопросы

1. Что такое статистический эквивалент звена?

2. Опишите статистический эквивалент коррелятора.

3. Какому распределению подчиняются выходные отсчеты коррелятора?

4. Из каких этапов состоит процедура компьютерного моделирования? В чем назначение каждого этапа?

5. Опишите структуру обнаружителя сигнала.

6. Как выбрать порог сравнения для обнаружителя?

7. Что такое характеристика обнаружения?

Таблица 1 – Варианты заданий

Номер варианта	Вероятность ложной тревоги P_f	Интервал накопления T , мс	Число ячеек по частоте	Число ячеек по задержке
1	10^{-2}	2	8	12
2	10^{-3}	2	8	12
3	$5 \cdot 10^{-3}$	2	8	12
4	10^{-2}	5	8	12
5	10^{-3}	5	8	12
6	$5 \cdot 10^{-3}$	5	8	12
7	10^{-2}	10	8	12
8	10^{-3}	2	12	12
9	$5 \cdot 10^{-3}$	2	12	12
10	10^{-2}	2	12	12
11	10^{-3}	5	12	12
12	$5 \cdot 10^{-3}$	5	12	12
13	10^{-2}	5	12	12
14	10^{-3}	2	16	12
15	$5 \cdot 10^{-3}$	2	16	12
16	10^{-2}	2	16	12
17	10^{-3}	5	16	12
18	$5 \cdot 10^{-3}$	5	16	12
19	10^{-2}	5	16	12
20	10^{-3}	10	16	12
21	$5 \cdot 10^{-3}$	2	8	10
22	10^{-2}	2	8	10
23	10^{-3}	2	8	10
24	$5 \cdot 10^{-3}$	5	8	10
25	10^{-2}	5	8	10
26	10^{-3}	5	8	10
27	$5 \cdot 10^{-3}$	10	8	10
28	10^{-2}	2	12	10
29	10^{-3}	2	12	10
30	$5 \cdot 10^{-3}$	2	12	10

Номер варианта	Вероятность ложной тревоги P_f	Интервал накопления T , мс	Число ячеек по частоте	Число ячеек по задержке
31	10^{-2}	5	12	10
32	10^{-3}	5	12	10
33	$5 \cdot 10^{-3}$	5	12	10
34	10^{-2}	2	16	10
35	10^{-3}	2	16	10
36	10^{-4}	2	16	10
37	10^{-2}	5	16	10
38	10^{-3}	5	16	10
39	$5 \cdot 10^{-3}$	5	16	10
40	10^{-2}	10	16	10
41	10^{-3}	2	8	9
42	$5 \cdot 10^{-3}$	2	8	9
43	10^{-2}	2	8	9
44	10^{-3}	5	8	9
45	10^{-4}	5	8	9
46	10^{-2}	5	8	9
47	10^{-3}	10	8	9
48	$5 \cdot 10^{-3}$	2	12	9
49	10^{-2}	2	12	9
50	10^{-3}	2	12	9
51	$5 \cdot 10^{-3}$	5	12	9
52	10^{-2}	5	12	9
53	10^{-3}	5	12	9
54	$5 \cdot 10^{-3}$	2	16	9
55	10^{-2}	2	16	9
56	10^{-3}	2	16	9
57	$5 \cdot 10^{-3}$	5	16	9
58	10^{-2}	5	16	9
59	10^{-3}	5	16	9
60	10^{-3}	5	10	12

Приложение 1. Пример оформления отчета

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

Отчет

о выполнении лабораторной работы №3

«Модель обнаружителя сигнала»

Студент гр. ЭР-77-15

Иванов Иван Иванович

Вариант 60

Преподаватель:

Сидоров Сидр Сидорович

Москва, 2020

1 Постановка задачи

Моделируется обнаружитель сигнала с неизвестной начальной фазой, частотой и задержкой.

Область возможных значений частоты ограничена интервалом $[0; M\Delta f]$, где $M = 10$, $\Delta f = \frac{2}{3T}$ Гц, $T = 5$ мс.

Область возможных значений задержки ограничена интервалом $[0; N\Delta\tau]$, где $N = 12$, $\Delta\tau = \frac{\tau_c}{2}$, τ_c – длительность символа псевдослучайной последовательности в огибающей.

Задана вероятность ложной тревоги в целом по полю $P_f = 10^{-3}$.

Алгоритм обнаружителя состоит в расчете синфазных и квадратурных сумм в поле ячеек $M \times N$, вычислении суммы их квадратов и сравнения результатов с порогом R . Если хотя бы в одной из ячеек произошло превышение порога сравнения, то принимается решение о наличии сигнала. Иначе принимается решение об отсутствии сигнала.

Требуется:

- 1) Определить величину порога сравнения, позволяющую реализовать заданную вероятность ложной тревоги.
- 2) Найти характеристику обнаружения в диапазоне значений отношения сигнал/шум 25..45 дБГц.
- 3) Построить гистограммы X_{\max}^2 .

Допущения:

- 1) При моделировании воспользуемся статистическими эквивалентами синфазной и квадратурной сумм коррелятора.
- 2) Случайные слагаемые статистических эквивалентов будем считать независимыми как для одной, так и для разных ячеек.

3) Допустимая погрешность определения порога составляет 0.02 дБ.

2 Математические модели

Математическая модель статистического эквивалентна коррелятора для ячейки m, n :

$$I_{m,n} = \bar{I}_{m,n} + n_{I,m,n}, \quad Q_{m,n} = \bar{Q}_{m,n} + n_{Q,m,n},$$

$$n_{I,m,n} \sim N(0, \sigma_{IQ}^2), \quad n_{Q,m,n} \sim N(0, \sigma_{IQ}^2), \quad \sigma_{IQ}^2 = \frac{\sigma_y^2 L}{2},$$

$$\bar{I}_{m,n} = \frac{AL}{2} \rho(\delta\tau_n) \operatorname{sinc}\left(\frac{\delta\omega_m T}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta\omega_m T}{2} + \delta\varphi_{m,n}\right),$$

$$\bar{Q}_{m,n} = -\frac{AL}{2} \rho(\delta\tau_n) \operatorname{sinc}\left(\frac{\delta\omega_m T}{2}\right) \sin\left(\frac{\delta\omega_m T}{2} + \delta\varphi_{m,n}\right),$$

где

$$\delta\omega_m = \omega - 2\pi\left((m-1)\Delta f + \frac{\Delta f}{2}\right), \quad \delta\tau_n = \tau - (n-1)\Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{2}, \quad \delta\varphi_{m,n} \sim U(0, 2\pi),$$

истинные значения доплеровского сдвига частоты и задержки сигнала являются независимыми случайными величинами, равномерно распределенными на допустимых интервалах

$$\omega \sim U(0, M\Delta f), \quad \tau \sim U(0, N\Delta\tau).$$

Зададимся дисперсией шумов равной $\sigma_y^2 = 64$, частотой дискретизации

$$F_d = \frac{1}{T_d} = 44.2 \text{ МГц.}$$

Амплитуда сигнала определяется отношением

сигнал/шум как

$$A = 2\sigma_y \sqrt{q_{c/n0} T_d}$$

Функцию $\rho(\delta\tau)$ определим как

$$\rho(\delta\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\delta\tau|}{\tau_c} & , |\delta\tau| < \tau_c, \\ 0 & , |\delta\tau| \geq \tau_c. \end{cases}$$

Алгоритм принятия решения:

$$\hat{\theta} = \begin{cases} 1 & , \exists m, n : X_{m,n}^2 = I_{m,n}^2 + Q_{m,n}^2 > R, \\ 0 & , \nexists m, n : X_{m,n}^2 = I_{m,n}^2 + Q_{m,n}^2 > R. \end{cases}$$

3 Псевдокод компьютерной модели

С учетом выбранных математических моделей получаем следующий псевдокод компьютерной модели:

Подготовка среды;

Задание параметров согласно варианту

Расчет СКО квадратур

Задание числа статистических экспериментов

Цикл по статистическим экспериментам

Расчет стат.эквивалентов шумов корреляционных сумм

Расчет $X_{m,n}^2$

Поиск и сохранение максимума

Конец цикла по статистическим экспериментам

Градиентное увеличение порога до тех пор, пока число среднее число превышений порога не сравняется с заданной вероятностью ЛТ

Определение inline-функции расчета $\rho(\delta\tau)$

Расчет амплитуды

Цикл по отношению сигнал/шум

Формирование параметров стат.эквивалента

Цикл по статистическим экспериментам

Расчет стат.эквивалентов корреляционных сумм

Поиск и сохранение максимума

Конец цикла по статистическим экспериментам

Расчет выборочного математического ожидания превышения порога

Конец цикла по отношению сигнал/шум

Вывод графика характеристики обнаружения

Поиск ближайшего отношения сигнал/шум для $Pd = 0.9$

Формирование параметров стат.эквивалента для найденного с/ш

Цикл по статистическим экспериментам

Расчет стат.эквивалентов корреляционных сумм

Поиск и сохранение максимума

Конец цикла по статистическим экспериментам

Вывод результатов

4 Тестовое воздействие

Условия:

Сократим поле поиска до 1 ячейки. Вероятность ложной тревоги выберем на уровне 0.5.

Ожидаемый результат:

Для одной ячейки $\max(X_{m,n}^2)$ имеет распределение Хи-квадрат. При вероятности ложной тревоги 0.5 порог совпадает с медианой распределения, которая для заданных параметров аналитически рассчитывается как

$$R = 2 \left(1 - \frac{2}{9 \cdot 2}\right)^3 \sigma_{IQ}^2 = 2 \left(1 - \frac{2}{9 \cdot 2}\right)^3 \frac{\sigma_y^2 T F_d}{2} \approx 9.9 \cdot 10^6.$$

5 Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели:

main.m:

```
clear all; close all; clc
std_y = 8; % СКО шума выборки
Fd = 44.2e6; % Частота дискретизации, МГц
Td = 1/Fd;
T = 5e-3; % Интервал накопления, мс
L = T / Td; % Число суммирований
Pf = 0.001; % Вероятность ЛТ

stage = 1; % 1 - Выйти после: поиска R,
           % 2 - после построения характеристики обнаружения,
           % 3 - завершения всех этапов

M = 10; % Ячеек по частоте
N = 12; % Ячеек по задержке

delta_tau = 1/2; % Шаг ячеек по задержке, символов
tau_tilda = (0:N-1)*delta_tau + delta_tau/2; % Опорные задержки
tau_max = N*delta_tau;
delta_f = 2/3 / T; % Шаг ячеек по частоте, Гц
omega_tilda = 2*pi*((0:M-1)*delta_f + delta_f/2); % Опорные частоты
omega_max = 2*pi*M*delta_f;

% Сетка, задающая центры ячеек
[tau_tilda_m, omega_tilda_m] = meshgrid(tau_tilda, omega_tilda);

std_IQ = std_y * sqrt(L/2); % СКО шума корреляционных сумм
% Число экспериментов для поиска порога и построения гистограмм
J1 = 100000;
% Число экспериментов для расчета характеристик обнаружения
J2 = 10000;
```

```

X2max = nan(1, J1); % Инициализация памяти
signal = 'off';
for j = 1:J1
    experiment;
    if ~mod(100*j/J1, 10)
        fprintf('Task 1: Progress %.0f%%\n', 100*j/J1);
    end
end

R = std_IQ^2; % Очень низкий порог
while sum(X2max > R) / J1 > Pf
    R = R * 1.0005; % Увеличиваем на 0.002 дБ
end

figure(1); d = max(X2max) - min(X2max);
[h1, x] = hist(X2max, min(X2max):d/20:max(X2max));
bar(x, h1); % Строим гистограмму X2max в отсутствии сигнала
% Красная линия, изображающая порог
hold on; plot( [R R], get(gca, 'YLim'), 'r'); hold off
xlabel('X^2_{max}');

if stage == 1
    clc; fprintf('Threshold is %f\n', R);
    return;
end

% Определение inline-функции ro(dtau)
ro = inline('(1 - abs(dtau)) .* (abs(dtau)<1)', 'dtau');

qcno_dB = 25:1:45;
X2max = nan(1, J2); % Стирание прошлых результатов
Pd = nan(1, length(qcno_dB));
signal = 'on';
for q = 1:length(qcno_dB)
    qcno = 10^(qcno_dB(q)/10); % Перевод из дБ в разы

```

```

A = 2*std_y * sqrt(qcno*Td); % Расчет амплитуды для данного с/ш
% Истинная задержка для каждого эксперимента
tau = tau_max * rand(1, J2);
% Истинная частота для каждого эксперимента
omega = omega_max * rand(1, J2);
% Начальная фаза в каждом эксперименте случайна
dphi = 2*pi*rand(1, J2);
for j = 1:J2
    experiment;
    if ~mod(100*j/J2, 10)
        fprintf('Task 2: SNR=%.0f dBHz Progress %.0f%%\n', ...
                qcno_dB(q), 100*j/J2);
    end
end
Pd(q) = sum(X2max > R) / J2; % Среднее превышение порога в
выборке
end

figure(2); plot(qcno_dB, Pd);
xlabel('q_{c/n0}, dBHz'); ylabel('P_d'); grid on;

% Ищем с/ш, при котором достигается Pd=0.9
[nul, q_09] = min(abs(Pd - 0.9));
qcno_dB_09 = qcno_dB(q_09);
qcno = 10^(qcno_dB_09/10);

% Отообразим границу на графике
figure(2); hold on; stem(qcno_dB_09, 0.9, 'r'); hold off;

if stage == 2
    clc; fprintf('SNR for Pd=0.9 is %.0f dBHz\n', qcno_dB_09);
    return;
end

X2max = nan(1, J1);

```

```

A = 2*std_y * sqrt(qcno*Td);
% Истинная задержка для каждого эксперимента
tau = tau_max * rand(1, J1);
% Истинная частота для каждого эксперимента
omega = omega_max * rand(1, J1);
% Начальная фаза в каждом эксперименте случайна
dphi = 2*pi*rand(1, J1);
for j = 1:J1
    experiment;
    if ~mod(100*j/J1, 10)
        fprintf('Task 3: Progress %.0f%%\n', 100*j/J1);
    end
end

figure(1);
hold on
[h2, x] = hist(X2max, min(X2max):d/20:max(X2max));
bar(x, h2, 'g'); % Дополняем новой гистограммой при наличии сигнала
legend('\theta = 0', 'Treshold', '\theta = 1');
hold off

figure(3);
surf(omega_tilda_m/2/pi, tau_tilda_m, X2);
xlabel('f, Hz'); ylabel('\tau, chips'); zlabel('X^2');

clc;
fprintf('Threshold is %f\n', R)
fprintf('\SNR for Pd=0.9 is %.0f dBHz\n', qcno_dB_09);

```

experiment.m:

```

if strcmp(signal, 'off')
    I = std_IQ*randn(M, N) ;
    Q = std_IQ*randn(M, N) ;
    X2 = I.^2 + Q.^2;
    X2max(j) = max(max(X2));

```



```

elseif strcmp(signal, 'on')
    dtau = tau(j) - tau_tilda_m;
    domega = omega(j) - omega_tilda_m;
    I = A*L/2 * ro(dtau) .* sinc(domega*T/2 /pi) .* cos(domega*T/2 ...
        + dphi(j)) + std_IQ*randn(M, N) ;
    Q = - A*L/2 * ro(dtau) .* sinc(domega*T/2 /pi) .* sin(domega*T/2 ...
        + dphi(j)) + std_IQ*randn(M, N) ;
    X2 = I.^2 + Q.^2;
    X2max(j) = max(max(X2));
end

```

В качестве тестовых условий сократили размер поля до одной ячейки:

```
M = 1;
```

```
N = 1;
```

а вероятность ложной тревоги изменили на 0.5:

```
Pf = 0.5;
```

В результате выполнения программы получен порог сравнения

```
Threshold is 9875528.745069
```

что соответствует ожиданиям.

6 Результаты моделирования

Найден порог сравнения для заданной конфигурации поля поиска и вероятности ложной тревоги:

```
Threshold is 166976479.933732
```

Гистограммы X_{\max}^2 при наличии и в отсутствии полезного сигнала приведены на рисунке П1.1.

Характеристика обнаружения представлена на рисунке П1.2. Уровень вероятности правильного обнаружения 0.9 достигается при отношении сигнал/шум 37 дБГц.

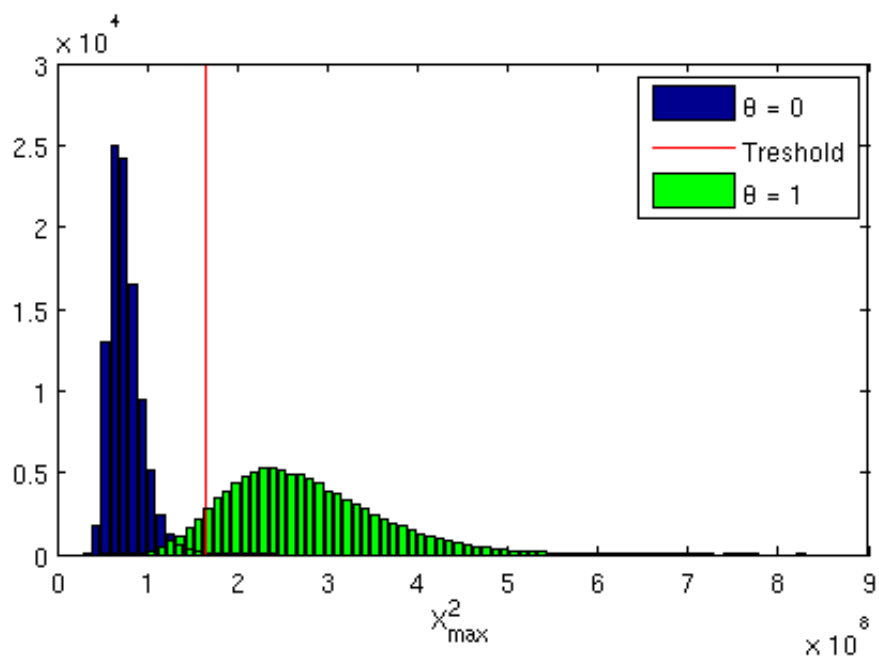


Рисунок П1.1 – Гистограммы значений X_{\max}^2 при наличии ($\theta = 1$) и отсутствии ($\theta = 0$) полезного сигнала

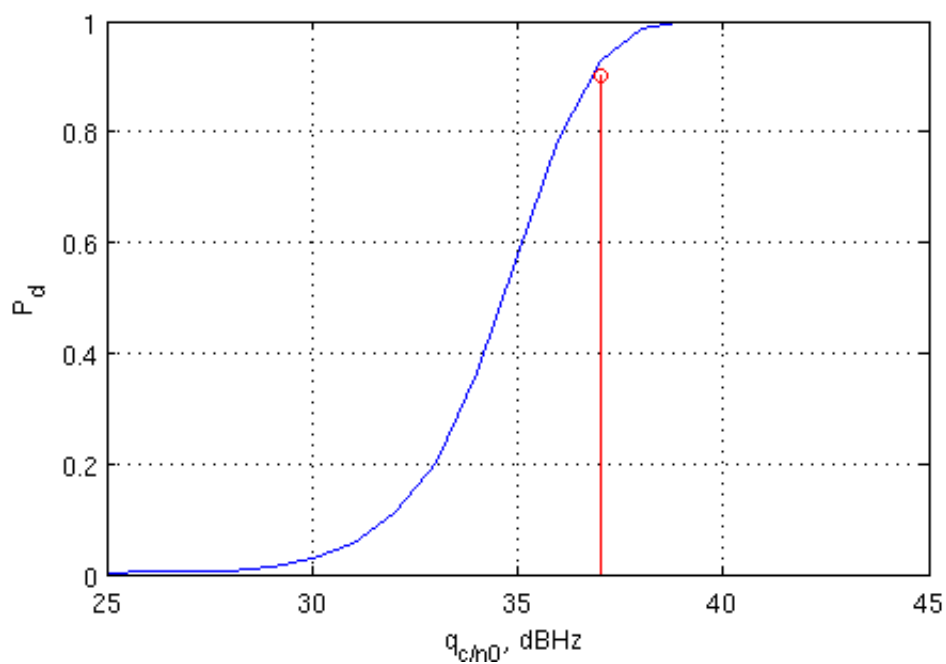


Рисунок П1.2 – Характеристика обнаружения

На рисунке П1.3 представлена одна из реализаций поверхности вычисленных значений $X_{m,n}^2$ для отношения сигнал/шум 37 дБГц. Изображению соответствует доплеровский сдвиг полезного сигнала 943 Гц и задержке 3.56 символа.

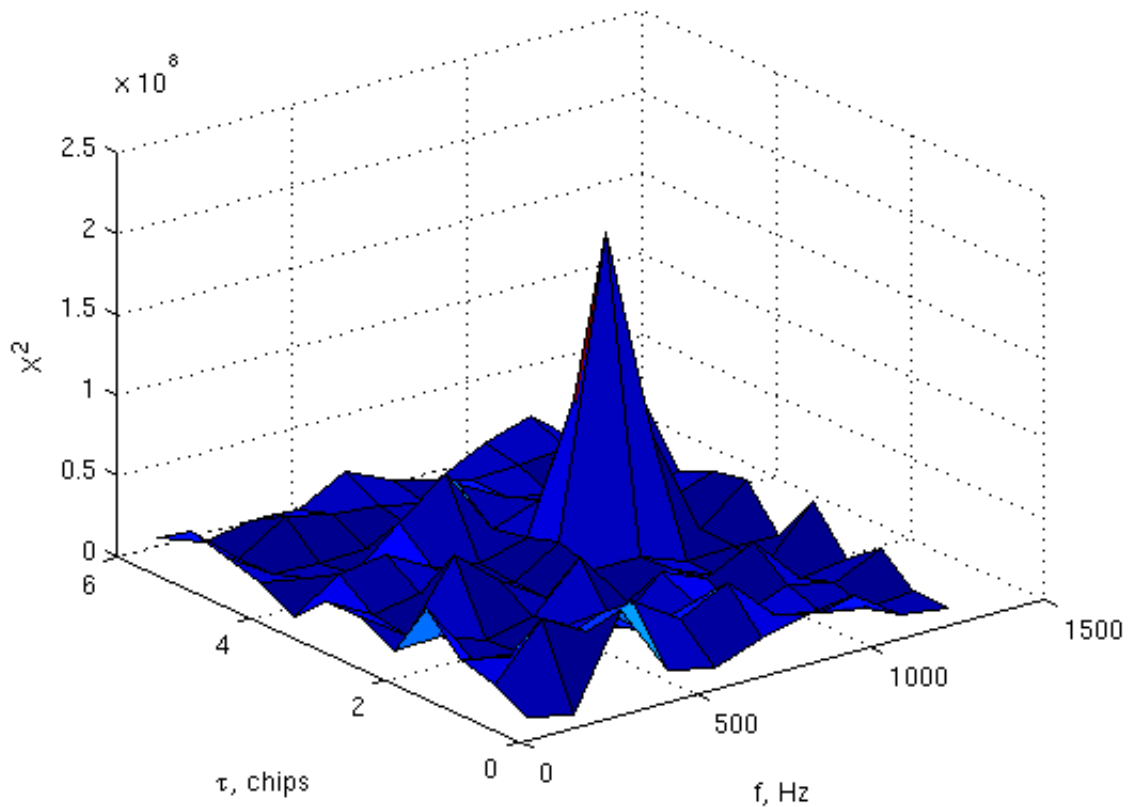


Рисунок П1.3 – Поверхность значений $X_{m,n}^2$ для одной из реализаций при отношении сигнал/шум 37 дБГц

7 Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования достигнуты:

- найден порог для заданной вероятности ложной тревоги, который составил;
- получена характеристика обнаружения.

Результаты моделирования не противоречат ожиданиям и общетеоретическим соображениям. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.

Учебное издание

Илья Владимирович Корогодин

МОДЕЛЬ ОБНАРУЖИТЕЛЯ СИГНАЛА

Лабораторная работа №3

Методическое пособие по курсу
«Математическое моделирование радиотехнических устройств и систем»

для студентов, обучающихся по направлению «Радиотехника»